

۱- گزینه ۱ صحیح است.

Z ناهمگن و u همگن با درجه ۲ است. با کمک صورت دوم قضیه اویلر داریم:

$$\begin{cases} A = x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2(u) \left(\frac{1}{u}\right) = 2 \\ z = \ln u \end{cases}$$

۲- گزینه ۱ درست است.

باتوجه به اینکه تابع مورد نظر در مبدا تعریف نشده است لزوماً f_{xy} و f_{yx} برابر نخواهد بود. ابتدا مقدار مشتق اول $\frac{\partial f}{\partial x}$ و

$\frac{\partial f}{\partial y}$ را در مبدا تعیین می‌کنیم.

$$\frac{\partial f}{\partial x}(\circ, \circ) = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(\circ + h, \circ) - f(\circ, \circ)}{h} = \circ$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(\circ, \circ) = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(\circ, \circ + h) - f(\circ, \circ)}{h} = \circ$$

حال ضابطه مشتق‌های اول را می‌سازیم:

$$f_x = \begin{cases} \frac{2y(x^2 + 4x^2y^2 - y^4)}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (\circ, \circ) \\ \circ & (x, y) = (\circ, \circ) \end{cases} \quad f_y = \begin{cases} \frac{2x(x^2 - 4x^2y^2 - y^4)}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (\circ, \circ) \\ \circ & (x, y) = (\circ, \circ) \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(\circ, \circ) = \lim_{h \rightarrow \circ} \frac{f_x(\circ, \circ + h) - f_x(\circ, \circ)}{h} = \lim_{h \rightarrow \circ} \frac{\frac{-2h^5}{h^4}}{h} = -2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(\circ, \circ) = \lim_{h \rightarrow \circ} \frac{f_y(\circ + h, \circ) - f_y(\circ, \circ)}{h} = \lim_{h \rightarrow \circ} \frac{\frac{2h^5}{h^4}}{h} = 2$$

۳- گزینه ۱ صحیح است.

چون هم دو ضابطه رویه هم در نقطه مورد نظر X و Y کاملاً هم رفتار هستند از مفهوم تعویض نقش استفاده می‌کنیم و به جای

$(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y})$ کافی است $(\frac{\partial z}{\partial x})^2$ را به صورت ضمنی محاسبه نماییم.

$$f : \cos^2 x + \cos^2 y + \sin^2 z + z = \frac{2}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{f_x}{f_z} = -\frac{-\sin 2x}{\sin 2z + 1} \bigg|_{(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})} = -\frac{-1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = (\frac{\partial z}{\partial x})(\frac{\partial z}{\partial y}) = (\frac{\partial z}{\partial x})^2 = \frac{1}{4}$$

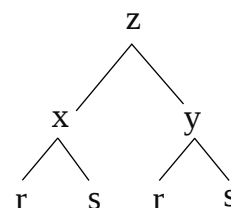
۴- گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\partial z}{\partial r} = z_x \cdot x_r + z_y \cdot y_r$$

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial r} = (2xy)(2rs) + (x^2)(-\frac{s}{\sqrt{r}}(-\frac{1}{r}r^{-\frac{3}{2}}))$$

$$\xrightarrow[r=-1]{r=2} x = r^2 s + s^2 = -3, y = \frac{-s}{\sqrt{2r}} = \frac{1}{2}$$

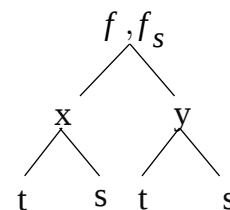
$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial r}(A) = (-3)(-4) + (9)(-\frac{-1}{\sqrt{2}}(-\frac{1}{2}(2)^{-\frac{3}{2}})) = 12 - \frac{9}{\lambda} = \frac{11}{\lambda}$$



۵- گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\partial f}{\partial s} = f_x \cdot x_s + f_y \cdot y_s = \frac{4y}{(y-2x)^2}(-3) + \frac{-4x}{(y-2x)^2}(2) = \frac{-12y - 8x}{(y-2x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial s^2} = f_{sx} \cdot x_s + f_{sy} \cdot y_s = \frac{-8(y-2x) + 4(-12y-8x)}{(y-2x)^3} + \frac{-12(y-2x) - 2(-12y-8x)}{(y-2x)^3}$$



$$\Rightarrow t=2, s=1, x=1, y=4 \longrightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial s^2}(A) = 112$$